

## 2019~2020学年天津南开区天津市南开中学高一下学期期末数学试卷

## 一、选择题

(本大题共10小题,每小题5分,共50分)

1. 设复数 $z = -1 + 2i$ ,则在复平面内 $z$ 对应的点位于( ).

- A. 第一象限                      B. 第二象限                      C. 第三象限                      D. 第四象限

2. 为评估一种农作物的种植效果,选了 $n$ 块地作试验田.这 $n$ 块地的亩产量(单位:kg)分别是 $x_1, x_2, \dots, x_n$ ,下面给出的指标中可以用来评估这种农作物亩产量稳定程度的是( ).

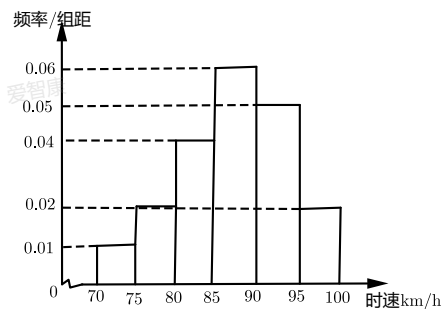
- A.  $x_1, x_2, \dots, x_n$ 的平均数                      B.  $x_1, x_2, \dots, x_n$ 的标准差  
C.  $x_1, x_2, \dots, x_n$ 的最大值                      D.  $x_1, x_2, \dots, x_n$ 的中位数

3. 一个人打靶时连续射击两次,以下事件为事件“至少有一次中靶”的互斥事件的是( ).

- A. 两次都不中靶                      B. 两次都中靶                      C. 只有一次中靶                      D. 至多有一次中靶

4. 首届中国国际进口博览会期间,甲、乙两家中国企业都有意向购买同一种型号的机床设备,他们购买该机床设备的概率分别为 $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}$ ,且两家企业的购买结果相互之间没有影响,则两家企业中恰有1家购买该机床设备的概率是( ).

- A.  $\frac{1}{2}$                       B.  $\frac{1}{6}$                       C.  $\frac{5}{6}$                       D.  $\frac{1}{3}$

5. 港珠澳大桥于2018年10月24日正式通车,它是中国境内一座连接香港、珠海和澳门的桥隧工程,桥隧全长55千米.桥面为双向六车道高速公路,大桥通行限速100km/h,现对大桥某路段上1000辆汽车的行驶速度进行抽样调查.画出频率分布直方图(如图),根据直方图估计在此路段上汽车行驶速度在区间 $[85, 90)$ 的车辆数和行驶速度超过90km/h的频率分别为( ).

- A. 300, 0.25                      B. 300, 0.35                      C. 60, 0.25                      D. 60, 0.35

6. 某学习小组在一次数学测验中,得100分的有1人,得95分的有1人,得90分的有2人,得85分的有4人,得80分和75分的各1人,则该小组数学成绩的平均数、众数、中位数分别为( ).

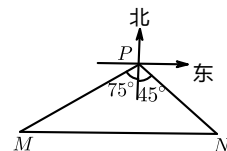
- A. 85, 85, 90                      B. 87, 87, 85                      C. 87, 85, 85                      D. 87, 85, 90

7. 复数 $z_1 = m^2 - 3m + m^2i$ ,  $z_2 = 4 + (5m + 6)i$ ,  $m$ 为实数,若 $z_1 - z_2 = 0$ ,则 $m$ 的值为( ).

- A. 4                      B. -1                      C. 6                      D. 0

8. 如图,一艘船自西向东匀速航行,上午10时到达一座灯塔 $P$ 的南偏西 $75^\circ$ 距塔68海里的 $M$ 处,下午2时到达这座灯塔的东南方向的 $N$ 处,则这艘船航

行的速度为( ).



- A.  $\frac{17\sqrt{6}}{2}$ 海里/时      B.  $34\sqrt{6}$ 海里/时      C.  $\frac{17\sqrt{2}}{2}$ 海里/时      D.  $34\sqrt{2}$ 海里/时

9. 已知圆柱的高为1, 它的两个底面的圆周在直径为2的同一个球的球面上, 则该圆柱的体积为( ).

- A.  $\pi$                       B.  $\frac{3\pi}{4}$                       C.  $\frac{\pi}{2}$                       D.  $\frac{\pi}{4}$

- 10.** 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 4$ ,  $|\overrightarrow{BC}| = 3$ ,  $M, N$ 分别是 $BC$ 边上的三等分点, 则 $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AN}$ 的值是( ).
- A. 5
B.  $\frac{21}{4}$ 
C. 6
D.

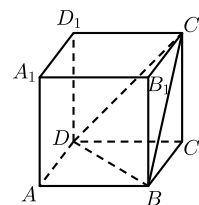
## 二、填空题

(本大题共6小题, 每小题4分, 共24分)

11. 某工厂生产甲、乙、丙、丁四种不同型号的产品，产量分别为200，400，300，100件，为检验产品的质量，现用分层抽样的方法从以上所有的产品中抽取60件进行检验，则应从丙种型号的产品中抽取 \_\_\_\_\_ 件．

12. 已知复数  $z = \frac{1}{1+i}$ , 其中  $i$  是虚数单位, 则  $|z| =$  \_\_\_\_\_.

13. 如图, 已知正方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ , 则二面角  $C_1 - BD - C$  的正切值为 \_\_\_\_\_, 异面直线  $A_1B_1$  与  $C_1D$  所成角的大小为 \_\_\_\_\_.



14. 已知向量  $\vec{a} = (1, 2)$ ,  $\vec{b} = (2, -2)$ ,  $\vec{c} = (1, \lambda)$ . 若  $\vec{c} \parallel (2\vec{a} + \vec{b})$ , 则  $\lambda$  的值为 \_\_\_\_\_.

15. 在抛掷一颗骰子的试验中，事件 $A$ 表示“不大于4的偶数点出现”，事件 $B$ 表示“小于5的点数出现”，则事件 $A + \bar{B}$ 发生的概率为\_\_\_\_\_。（ $\bar{B}$ 表示 $B$ 的对立事件）

16. 若两个非零向量  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  满足  $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}| = 2|\vec{a}|$ , 则向量  $\vec{a}$  与  $\vec{a} + \vec{b}$  的夹角为 \_\_\_\_\_.

### 三、解答题

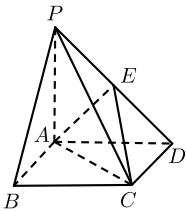
(本大题共3小题, 共26分)

- 17.** 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $b \sin A = a \sin(B + \frac{\pi}{3})$ .

- (1) 求角  $B$  的大小.

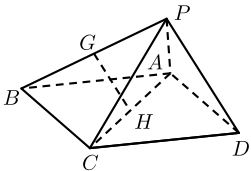
- (2) 若  $a = 2$ ,  $b = \sqrt{3}$ , 求  $\triangle ABC$  的面积.

18. 如图, 四棱锥  $P-ABCD$  的底面是边长为 2 的正方形,  $PA \perp$  底面  $ABCD$ .



- ( 1 ) 求证： $CD \perp$ 平面 $PAD$  .
- ( 2 ) 若 $E$ 为 $PD$ 的中点，三棱锥 $C - ADE$ 的体积为 $\frac{2}{3}$ ，求四棱锥 $P - ABCD$ 的表面积 .

19. 如图，在四棱锥 $P - ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 为平行四边形， $\triangle PCD$ 为等边三角形，平面 $PAC \perp$ 平面 $PCD$ ， $PA \perp CD$  .  $CD = 2$ ， $AD = 3$  .



- ( 1 ) 设 $G$ ， $H$ 分别为 $PB$ ， $AC$ 的中点，求证： $GH \parallel$ 平面 $PAD$  .
- ( 2 ) 求证： $PA \perp$ 平面 $PCD$  .
- ( 3 ) 求直线 $AD$ 与平面 $PAC$ 所成角的正弦值 .